Problema del agente viajero

Traveling Salesman Problem (TSP)

Erika Gineth Espinosa Téllez[1], Orión Sánchez Rodríguez[2] y Jainet Orlando Bernal[3]

Resumen

El problema del agente viajero (TSP) es uno de los más estudiados en el campo de la optimización, ya que cuenta con diversas aplicaciones en la industria. Hace referencia a la visita a lugares o nodos (para entregar o recoger mercancías) con el fin resolver problemas que impidan minimizar algún objetivo (tiempo o costos) o maximizar algún otro. En el presente artículo se presenta una descripción general y una explicación de este problema a partir de la teoría de grafos. También se exponen algunos ejemplos de métodos para solucionarlo y se hace una recopilación de algunas variantes del mismo, explicando brevemente la idea general de estos y su formulación. El documento pretende ser un instrumento de apoyo y complemento para estudiantes y profesionales interesados en incursionar en esta temática, mediante un escrito introductorio y de explicación global de las distintas ramificaciones que contempla el problema del agente viajero; asimismo, una descripción y explicación mediante ejemplos de técnicas y algoritmos de solución para instancias y problemas referentes a este tipo de problemas.

Palabras clave: Formulación, Grafos, Optimización, Trayectoria.

Abstract

The traveling salesman problem (TSP) is one of the more studied problems of optimization given the different applications that it has in the industry. It refers to problems where you have to visit places or nodes (to deliver or pick up goods) seeking to minimize some objective (time or costs) or maximize someone else. In the present document there appears the explanation of this problem starting from the theory of grafos, also some examples of methods are exposed to solve it, and finally, there is done a summary of some variants of the same one, explaining briefly the general idea of each one and his formulation. The document is intended as an instrument to support and supplement for students and professionals interested in entering this subject through an introductory and comprehensive explanation of the different branches that includes the traveling salesman problem writing. Also, a description

[1] Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad Central. Correo: eespinosat@ucentral.edu.co.

[2] Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad Central. Correo: osanchezr1@ucentral.edu.co.

[3] Magíster en Ingeniería, Área Industrial, con énfasis en Investigación de Operaciones y Estadística. Profesor de tiempo completo del Departamento de Ingeniería Industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad Central. Miembro del grupo de investigación ESSOPTO-CIPO-GIAR-GIEE.
Correo: jbernalo1@ucentral.edu.co.

and explanation by examples of techniques and solution algorithms for instances and problems concerning such problems

Keywords: Formulation, Grafos, Optimization, Trajectory.

1. Introducción

El problema del agente viajero ha sido estudiado ampliamente en la literatura. A pesar de no ser fácil de resolver, se busca continuamente llegar a una solución más eficiente. El presente artículo hace una recopilación de diversos autores, con el fin de dar a conocer este problema de una forma clara a estudiantes interesados en tener información previa de la temática. Para ello, se dan a conocer algunos métodos de solución como los *métodos voraces* o el *algoritmo tabú*. Por último, se explican tres variantes existentes del mismo.

2. Teoría de grafos

La teoría de grafos es importante en el estudio del problema del viajero del comercio. Por ello, se explicarán los aspectos relevantes de la misma. Un grafo G es un par $G=(V,E)$, donde V es un conjunto finito no vacío, cuyos elementos se llaman vértices o nodos y E es un conjunto cuyos elementos se llaman aristas, ejes o arcos (Vieites Rodríguez et ál., 2014).

Un *grafo dirigido* es aquel en el que las aristas son "pares ordenados" de vértices de V. Estas se denotan por $e=\{u,v\}\neq\{v,u\}$, lo que indica que la arista e sale del vértice u y termina en el vértice v, marcando el sentido mediante una punta de flecha. Mientras que en un *grafo no dirigido* la arista que une los vértices u y v no tiene sentido. Por tanto, puede salir de u y terminar en v o viceversa (figura 1).

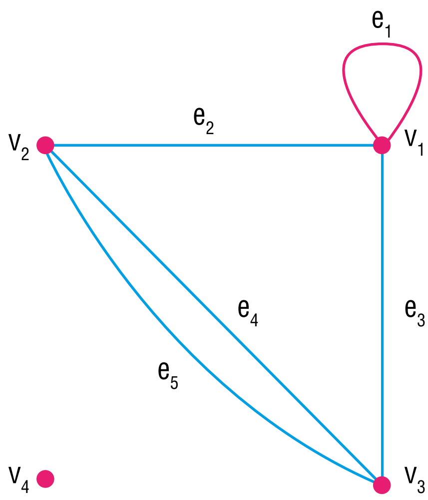

Figura 1. Ejemplo de un grafo.
Fuente: Vieites Rodríguez et ál. (2014).

El conjunto de vértices está dado por
$V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$
Y el conjunto de aristas:
$E=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5\}$ con

$$e_1=\{v_1,v_2\}e_2=\{v_1,v_1\}e_3=\{v_1,v_3\}$$

$$e_4=\{v_2,v_3\}e_5=\{v_2,v_3\}$$

Se denomina *lazo* a una arista que une un vértice consigo mismo, como la arista e_2 en la figura 1. Las aristas e_4 y e_5 reciben el nombre de *aristas múltiples o paralelas*, ya que unen a un mismo par de vértices. Un vértice que no está conectado con ningún otro vértice se llama *vértice aislado*, en este caso, v_4 (figura 1).

2.1 Camino o trayectoria

Aplicaciones importantes de la teoría de grafos involucran "viajar" por el grafo, es decir, moverse de un vértice a otro a lo largo de aristas.

Un camino o trayectoria de un vértice inicial v_0 a un vértice final v_n es una secuencia de aristas (no necesariamente distintas) de G; el número de aristas recibe el nombre de *longitud* del camino (Vieites Rodríguez et ál., 2014).

Por ejemplo, en el grafo de la figura 1, los posibles caminos para ir desde v_1 hasta v_3 son:

1. La arista e_3.
2. Las aristas e_1, e_4.
3. Las aristas e_1, e_5.

2.2 Ciclo de Hamilton

Es una trayectoria que empieza y termina en el mismo vértice y pasa por cada vértice una sola vez.

3. Problema del agente viajero (TSP)

Es un problema común en el ciclo de Hamilton y es catalogado como un problema de complejidad NP completo, es decir, el número de posibles soluciones crece exponencialmente con el número de nodos del grafo (ciudades) y rápidamente sobrepasa las capacidades de cálculo de los ordenadores más potentes (Villalobos, 2010). Consiste básicamente en "un viajero que quiere visitar n ciudades una y solo una vez cada una, empezando por cualquiera de ellas y regresando al mismo lugar del que partió; suponiendo que conoce la distancia entre cualquier par de ciudades, ¿de qué forma debe hacer el recorrido si pretende minimizar la distancia total?" (Stockdale, 2011). Con un planteamiento así no solo se pueden resolver problemas de este tipo, sino también otros del mundo real que puedan formularse como este, como, por ejemplo, en robótica o en la industria automotriz. Por ello, ha sido ampliamente estudiado desde hace varias décadas.

Respecto a lo anterior, se define el conjunto finito de n ciudades $\left(V=\{1,2,3,\ldots n\}\right)$ y un conjunto de caminos que unen cada una de las ciudades, donde el camino $(i,j)\in E$. Cada par de ciudades pueden estar comunicadas o no y su distancia se define como C_{ij} (C_{ij} no necesariamente en igual a C_{ji}); además, se usa una variable binaria X_{ij} que indica si el viajero utiliza el arco de la ciudad i a la j en su recorrido solución. Para el modelado matemático, la ciudad de comienzo es irrelevante. A continuación, se presenta el modelo completo del problema. La función objetivo queda expresada de la siguiente manera:

Ecuación (1)

$$\min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

Sujeto a las restricciones

Ecuación (2)

$$\sum_{i=1, i\neq j}^{n} X_{ij} = 1 \ \forall j = 1\ldots n$$

para garantizar que se llega a cada ciudad exactamente una vez, y

Ecuación (3)

$$\sum_{j=1, j\neq 1}^{n} X_{ij} = 1 \ \forall i = 1\ldots n$$

para garantizar que se sale de cada ciudad exactamente una vez. Sin embargo, es necesario añadir una restricción que garantice que se está optimizando sobre recorridos, es decir que las soluciones factibles son solo recorridos y no se admiten subrecorridos. Con el fin de dar una mejor explicación, se muestra la figura 2.

Teniendo seis ciudades, se podría obtener una solución del siguiente tipo: X_{13}, X_{35}, X_{51}, X_{64}, X_{42}, X_{26}. Aunque esta ruta cumple con las restricciones, no está completa, pues genera dos subrutas que no están conectadas entre sí.

Se han ideado varias formas y estrategias para resolver este problema, como las condiciones de Miller y Tucker expresadas de la siguiente manera:

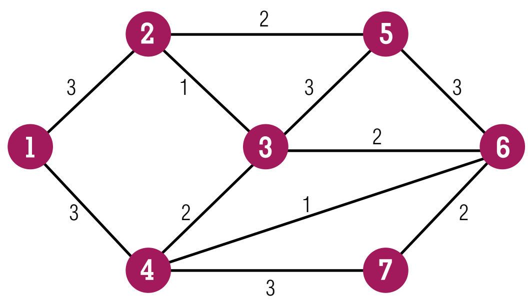

Figura 2. Ejemplo de la generación de subrutas en un TSP.
Fuente: elaboración propia.

Ecuación (4)

$$u_i - u_j + n \cdot x_{ij} \leq n - 12 \leq i \neq 1 \leq n$$

Otra estrategia común es resolverlo sin las condiciones de Tucker, y, si aparecen subrutas en la solución, entonces introducir la restricción oportuna que evite estas subrutas y volver a resolver el problema. Este proceso de relajación-restricción se repetirá hasta obtener la solución óptima (Villalobos, 2010).

3.1 Técnicas de solución

Al ser el TSP un problema NP-completo no se conoce algoritmos (de tiempo polinomial) que hallen la solución exacta. Es por eso que se utilizan métodos eficientes que solo pretenden una solución aproximada. Existen dos categorías (Stockdale, 2011):

- La primera consiste en algoritmos polinomiales que encuentran soluciones que, si bien no son óptimas, a lo sumo difieren del óptimo en un porcentaje calculable.
- La segunda categoría consiste en algoritmos que encuentran en tiempo polinomial una solución que uno espera sea "buena", pero cuya distancia al óptimo se desconoce. A estos algoritmos se los conoce con el nombre de *heurísticos*. Los métodos utilizados para diseñar tales algoritmos tienden a estar relacionados con cada uno de los problemas en forma específica. Sin embargo, se puede identificar una serie de principios generales.

Los algoritmos heurísticos se clasifican en algoritmos constructivos (golosos), algoritmos de descomposición y división, algoritmos de reducción, algoritmos de manipulación del modelo y algoritmos de búsqueda, usando vecindad. En esta última categoría pueden ser agrupados los algoritmos genéticos (AG), *simulated annealing* (SA), búsqueda tabú (TS), colonia de hormigas (ACO) y GRASP (Hincapié et ál., 2004).

El TSP fue planteado por primera vez en 1956 por Flood. De este problema nacen variaciones como el TPS generalizado presentado por Dantzing y Ramcer en 1959. Luego en 1960 se encuentra la primera referencia del TSP múltiple con Miller, Tucker y Zemlin. En 1969, a partir del trabajo de Tillman, se da origen al TSP probabilístico. También se hallan otras variaciones como lo son el TSP periódico y el TSP con ventanas de tiempo (Rocha Medina et ál., 2011).

3.1.1 TSP múltiple (MTSP)

En el problema del agente viajero múltiple se tienen varios agentes viajeros, por lo que el problema cuenta con un conjunto de ciudades a visitar, y una medida de distancia entre las ciudades, que se puede representar por un costo, una distancia o un tiempo, y un origen donde se encuentran los *m* agentes viajeros (Hou y Liu, 2012).

Cuenta con los mismos requisitos que el TSP corriente, ya que el agente empieza y termina en el origen. Cada ciudad debe ser visitada una sola vez y por un solo vendedor (Neos Guide, s. f.). Esta variante del TSP permite extenderse en una amplia variedad de problemas de enrutamiento de vehículos VRP, mediante la incorporación de una serie de restricciones adicionales. Si la capacidad del vehículo en la VRP es un valor lo bastante grande como para no restringir la capacidad, entonces es el mismo que el *m* TSP. Por tanto, las diferentes formulaciones y los enfoques de solución para el VRP son válidos para el *m* TSP. (Zutong et ál., 2015).

La formulación matemática del MTSP es una formulación de programación entera, que comprende el grafo $G=(V,A)$, donde V corresponde a los nodos y A corresponde a las aristas. Asociada a cada arista *(i, j)* se tiene una distancia asociada (d_i, d_j). También se asume que el nodo 1 es el origen y que los *m* viajeros están en este origen. Se define una variable binaria para cada arista (x_i, x_j), que toma el valor de 1 si el borde se incluye en un viaje o *0* en caso contrario. Se define (u_i) para indicar la posición del nodo 2 en un viaje y se define un valor *(p)* para ser el número de nodos visitados por cada viajero (Neos Guide, s. f.).

Función objetivo:

Ecuación (5)

$$mín \sum_{(i,j)\in A} d_{ij} x_{ij}$$

Restricciones:

Ecuación (6)

$$\sum_{j\in V:(1,j)\in A} x_{1j} = m$$

Garantizar que solo *m* viajeros salen del nodo 1:

Ecuación (7)

$$\sum_{j\in V:(1,j)\in A} x_{j1} = m$$

Garantizar que los *m* viajeros vuelven al nodo 1:

Ecuación (8)

$$\sum_{i\in V:(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \ \forall j \in V$$

Garantizar que una ciudad se visita una única vez por cada viajero:

Ecuación (9)

$$\sum_{j\in V:(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \ \forall i \in V$$

Garantizar que solamente un recorrido sale de cada nodo.

También hay que incluir las restricciones de eliminación *subtour* propuestas por Miller, Tucker y Zemlin, llamada formulación MTZ de TSP.

Ecuación (10) (Neos Guide, s. f.).

$$u_i - u_j + p \cdot x_{ij} \leq p - 1 \forall 2 \leq i \neq j \leq n$$

Para resolver este tipo de problemas se deben usar algoritmos programados mixtos de programación lineal que, por lo general, se ayudan de algoritmos de búsqueda local o de vecindad, de forma que se pueda hallar el punto óptimo en el tiempo más corto (Neos Guide, s. f.).

3.1.2 Problema del agente viajero con periodicidad (PTSP)

Este problema cumple con las mismas características básicas del problema general: las *n* localizaciones, la restricción de que una ciudad no puede ser visitada más de una vez en el mismo periodo (exceptuando aquella de la que se partió y a la cual se pretende llegar nuevamente). Incluye también el parámetro que indica el costo de ir de *i* a *j* (C_{ij}), y el objetivo sigue siendo minimizar el costo. Pero, a diferencia de este, se cuenta además con un depósito denotado con el número $1\left(V=\{1,\ldots,n\}\right)$, con el conjunto $D=\{1,\ldots,p\}$ donde *p* determina el número de días en los cuales se puede visitar a los clientes y se denota con m_i el número de veces que se debe visitar al cliente $i=2,\ldots,n$.

Consiste básicamente en "un comerciante que debe visitar a diferentes clientes un número determinado de veces, en un intervalo de tiempo preestablecido, por ejemplo, un mes" (Vega Ocaña, 2008-09). La idea es determinar las rutas y los clientes a visitar cada día.

Formulación matemática

Se definen las siguientes variables:

$$x_{ij}^{k}=\begin{cases}1 \text{ si se va de } i \text{ a } j \text{ el día } k\\ 0 \text{ de lo contrario}\end{cases}$$

$$y_{i}^{k}=\begin{cases}1 \text{ si la ciudad } i \text{ se visita el día } k\\ 0 \text{ de lo contrario}\end{cases}$$

Función objetivo:

Ecuación (11)

$$mín\sum_{k=1}^{p}\sum_{i,j\in V,i\neq j}c_{ij}x_{ij}^{k}$$

Sujeto a

Ecuación (12)

$$\sum_{j\in V,j\neq i}x_{ij}^{k}=y_{i}^{k}\forall i\in V,k\in D$$

Ecuación (13)

$$\sum_{j\in V,j\neq i}x_{ji}^{k}=y_{i}^{k}\forall i\in V,k\in D$$

Las ecuaciones anteriores representan la restricción de que los arcos que entran y salen del nodo en el día *k* deben coincidir con la visita o no al mismo.

Ecuación (14)

$$\sum_{i,j\in S,j\neq i}x_{ij}^{k}\leq|S|-1\forall i\in V\setminus\{1\},k\in D$$

Está restricción evita que se formen subciclos o subrutas.

Ecuación (15)

$$\sum_{k=1}^{p}y_{i}^{k}=m_{i}\forall i\in V$$

Esta indica que el cliente *i* debe ser visitado exactamente m_i veces.

Ecuación (16)

$$y_{i}^{k}=1\forall k\in D$$

Señala que todos los días se deben salir del depósito para visitar a algún cliente.

Ecuación (17)

$$x_{ij}\in\{0,1\}\forall i,j\in V,k\in D$$

Ecuación (18)

$$y_{i}^{k}\in\{0,1\}\forall i,j\in V,k\in D$$

Indican que las variables son binarias (Rodríguez, 2016).

3.1.3 Problema del viajero con ventanas de tiempo (TSPTW)

Es una de las variantes del problema TSP estudiadas y conocidas. Consiste en buscar el recorrido que minimice los costos, iniciando y regresando a un mismo y único almacén y visitando a todos los clientes una sola vez, de acuerdo a la franja horaria que estos hayan especificado, conocida como *ventana de tiempo*. No se permite llegar al nodo después de la unidad de tiempo más tardía, pero es posible llegar antes de la unidad horaria más temprana y esperar hasta poder empezar el servicio. El TSPTW es un problema de rutas con limitación temporal que involucra un único vehículo del cual no se tiene en cuenta la capacidad (Pérez de Vargas Moreno, 2015).

Formulación matemática

A continuación se presentan dos posibles modelos:

Modelo de Dumas, Solomon y Saumis[4]

Este modelo plantea la formulación del TSPTW como un grafo $G=(V,A)$, donde V es el conjunto de clientes a visitar, *0* representa el almacén y $A=\{(i,j):i,j\in V\cup\{0\},i\neq j\}$ es el conjunto de arcos entre clientes. C_{ij} representa el tiempo de servicio del cliente *i* como el tiempo necesario de *i* a *j*. Cada cliente o nodo tiene asociado una ventana de tiempo $[a_i,b_i]$ donde a_i y b_i indican el tiempo de inicio y final de servicio, respectivamente.

Siendo *i* igual a 1 si y solo si el cliente *j* (o el almacén en caso de que $j=0$) es visitado inmediatamente después del cliente *i* (o el almacén en caso de que $i=0$) y *0* en caso de que no se cumpla está condición, β_i el tiempo en el que el cliente *i* es visitado (tiempo inicio servicio) y *M* una constante muy grande, el TSPTW puede ser formulado de la siguiente manera:

Variables:

Ecuación (19)

$$x_{ij}\in\{0,1\}\forall i,j\in V\cup\{0\}$$

Es una variable binaria que indica si se irá de *i* a *j*.

Ecuación (20)

$$\beta_i\in\mathbb{R}_{\geq 0}\forall i\in V\cup\{0\}$$

Es una variable que pertenece a los reales positivos e indica el tiempo en que se visita al cliente *i*.

Ecuación (21)

$$Mín\sum_{i\in V\cup\{0\}}\sum_{j\in V\cup\{0\}}c_{ij}x_{ij}$$

Sujeto a

Ecuación (22)

$$\sum_{j\in V\cup\{0\},j\neq i}X_{ij}=1\forall j\in V\cup\{0\}$$

Ecuación (23)

$$\sum_{j\in V\cup\{0\},j\neq i}X_{ij}=1\forall i\in V\cup\{0\}$$

Estás indican que cada cliente ha de ser visitados exactamente una vez.

Ecuación (24)

$$\beta_j\geq\beta_i+c_{ij}-M\left(1-x_{ij}\right)\forall i,j\in V\cup\{0\},j\neq 0$$

La ecuación 24 asegura que el tiempo de llegada de un cliente no sea menor que el tiempo de visita del cliente anterior inmediato (β_j = *tiempo de llegada*). Debido a que todos los costes son positivos, se evita la formación de subrutas.

Ecuación (25)

$$\alpha_i\geq\beta_i\leq b_i\forall i,j\in V\cup\{0\}$$

Está restricción impone el cumplimiento de las ventanas de tiempo.

Modelo *Time Indexed Formulation* (TIF)[5]

Se parte de la formulación del modelo anterior, pero en lugar de tener el tiempo en que el cliente *i* es visitado β_i, se tienen variables binarias z_i^t asociadas a cada *t* W_i tal que $z_i^t=1$, si y solo si el tiempo de comienzo del nodo *i* es $t\left(W_i=[a_i,b_i]\right)$. También se tiene la variable

[4] Modelo tomado de Pérez de Vargas Moreno (2015).

[5] Modelo tomado de Pérez de Vargas Moreno (2015).

binaria y_{ij}^{t} asociada con cada arco $(i,j)\in A$ y cada entero $t\,W_{\mathrm{i}}$ tal que $y_{ij}^{t}=1$ si y solo si el tiempo de comienzo en el nodo *i* es *t* y el arco *(i, j)* está presente en la ruta. Se asume que y_{ij}^{t} está presente en la formulación solo si $t+\theta_{ij}\leq b_{j}$, es decir que se puede empezar el tiempo en el nodo *i*; viajar a lo largo del arco *(i, j)* y llegar a *j* antes del plazo máximo. En este caso θ_{ij} es equivalente a C_{ij}. Se usa $l_{\mathrm{k}}(i,j)$ para denotar la colección de posibles tiempos de inicio en el nodo *k* asumiendo que el tiempo de inicio en el nodo *i* es *t* y el arco *(k, i)* es seleccionado:

$$l_{k(i,j)}=\left\{\tau\in W_{k}:\max\left\{\tau+\theta_{ki,}a_{i}\right\}=t\right\}$$

Es decir que si el tiempo de comienzo *t* en el nodo *i* es a_{i}, entonces el tiempo de comienzo en el nodo *k* de una ruta factible es algún $T\in W_{\mathrm{k}}$ que satisfaga $\tau\leq a_{i}-\theta_{ki}$. En caso contrario, el tiempo de inicio en el nodo *k* es exactamente $\tau-\theta_{ki}$ si este depende de W_{k}.

Está definición requiere dos nodos especiales, *p* y *q*, de inicio y fin respectivamente. De esta manera, se tiene la formulación propuesta por Günlük y Tramontana:

Variables:

Ecuación (26)

$$x_{ij,}y_{ij,}^{t}z_{i}^{t}\in\{0,1\}\forall i\in V,\forall(i,j)\in A,\forall t\in W_{i}$$

X_{ij} es una variable binaria que indica si se irá de *i* a *j*, y_{ij}^{t} es una variable binaria que indica si el tiempo de inicio en el nodo *i* es *t* y el arco *(i, j)* está presente en la ruta, z_{i}^{t} es una variable binaria que señala si el tiempo de comienzo del nodo *i* es *t*.

Función objetivo:

Ecuación (27)

$$mín\sum_{(i,j)\in \mathrm{A}}c_{ij}x_{ij}$$

Sujeto a

Ecuación (28)

$$\sum_{t\in W_{i}}z_{i}^{t}=1\forall i\in V$$

Está restricción indica que una ruta debe comenzar en cada nodo *i* dentro de la ventana de tiempo W_{i}.

Ecuación (29)

$$\sum_{j\in V+(i)}y_{ij}^{t}=z_{i}^{t}\forall i\in V\setminus\{q\},\forall i\in W_{i}$$

Con esta condición se afirma que una ruta con tiempo de inicio *t* en $i\neq p$ debe abandonar el nodo en un tiempo *t* a lo largo de algún arco.

Ecuación (30)

$$\sum_{k\in V-(i)}\sum_{\tau\in l_{k}(i,t)}y_{ki}^{\tau}=z_{i}^{t}\forall i\in V\setminus\{p\},\forall t\in W_{i}$$

Está restricción afirma que para un nodo $i\neq p$, una ruta tiene una unidad de tiempo de inicio en el nodo anterior (por ejemplo *k*) contenida en l_{k} *(i, j)*.

Ecuación (31)

$$\sum_{t\in W_{i}}y_{ij}^{t}=x_{ij}\forall(i,j)\in A$$

Está condición relaciona el valor que toma y_{ij}^{t} con el que toma X_{ij}, es decir, si el tiempo de inicio en nodo *i* es *t* y el arco *(i,j)* está presente en la ruta, entonces se toma el trayecto de *i* a *j*.

4. Conclusiones

El problema del agente viajero presenta distintas variantes dependiendo la complejidad y la dimensión de la red a la que este representa; dimensión, en términos de nodos, conexiones y trayectorias. A partir de ello, se identifican distintas técnicas de las cuales se han mencionado en el documento algunas de ellas, con el fin de introducir al lector en las mismas y familiarizarlo con conceptos y elementos característicos del problema TSP.

Referencias

Hincapié, R. A., Ríos Porras, C. A. y Gallego, R. A. (2004). Técnicas heurísticas aplicadas al problema del cartero viajante (TSP). *Scientia et Technica*. 1 (24), 1-6. doi:http://dx.doi.org/10.22517/23447214.7279.

Hou, M. y Liu, D. (2012). A novel method for solving the multiple traveling salesmen problem. *Chin. Sci. Bull., 57* (15), 1886-1892.

Neos Guide. (s. f.). Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP). Consultado en https://goo.gl/ehhdwD.

Pérez de Vargas Moreno, B. (2015). Resolución del Problema del Viajante de comercio (TSP) y su variante con Ventanas de Tiempo (TSPTW) usando métodos heurísticos de búsqueda local. Valladolid: Universidad de Valladolid. Consultado en https://goo.gl/54vMWl.

Rocha Medina, L. B., Gonzales la Rotta, E. C. y Orjuela Castro, J. A. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: evolución histórica y métodos de solución. *Ingenieria, 16* (2), 35-55.

Rodríguez, M. A. (2016). *Problema del viajante de comercio con periodicidad* (tesis de grado). Consultado en https://goo.gl/GzCtFy.

Stockdale, M. L. (2011). *El problema del viajante: un algoritmo heurístico y una aplicación* (tesis de grado). Consultado en https://goo.gl/bBBZTa.

Vega Ocaña, O. (2008-09). *Asignación de rutas de viajantes de comercio*. Consultado en https://goo.gl/Wxp9U3.

Vieites Rodríguez, A. M., Aguado Martín, F., Gago Couso, F., Ladra González, M., Pérez Vega, G. y Vidal Martín, C. (2014). *Teoría de grafos. Conceptos básicos*. España: Ediciones Paraninfo.

Villalobos, A. R. (2010). *Grafos: software para la construcción, edición y análisis de grafos*. España: Bubok Publishing S.L.

Zutong, W., Jiangsheng, G., Mingfa , S. y Ying, W. (2015). Uncertain multiobjective traveling salesman problem. *European Journal of Operational Research, 241* (2), 478-489.