Facultad de Ciencias Administrativas, Económicas y Contables • mayo de 2020

Working Paper

04

Cambio estructural y desigualdad: una aproximación teórica

Camilo A. Mesa Salamanca

UNIVERSIDAD CENTRAL

Working Papers es una serie de la Facultad de Ciencias Administrativas, Económicas y Contables

Erick Behar Villegas
Decano

Angélica María Hermosa
Directora del Centro de Investigaciones Económicas y Sociales - CIES

Mayo de 2020

Calle 21 n.° 5-84 (4.° piso).
Bogotá, D. C., Colombia
PBX: 323 98 68, ext. 1556
editorial@ucentral.edu.co

Coordinación Editorial
Héctor Sanabria R.
Editor

Nicolás Rojas Sierra
Asistente editorial

Patricia Salinas Garzón
Diseño y diagramación

Diana Trujillo Rodríguez
Corrección de textos

Cambio estructural y desigualdad: una aproximación teórica

Camilo Andrés Mesa Salamanca[1]

Resumen

En el presente artículo se hace una aproximación teórica a la relación entre la desigualdad de ingresos y el cambio estructural en una economía. Se construye un modelo teórico de cambio estructural que se explica desde la demanda, donde los individuos cuentan con diferentes dotaciones de un factor productivo; estas diferencias en dotaciones generan desigualdad de ingresos. El principal resultado es que un incremento en la desigualdad puede acelerar el cambio estructural en las economías con una baja dotación de factores (economías pobres).

Clasificación JEL: O14, O15, O41.

Palabras clave: cambio estructural, distribución de ingreso, crecimiento económico.

Introducción

El presente artículo es de naturaleza teórica y busca dar cuenta de la desigualdad de ingresos como un factor determinante para el cambio estructural. En gran parte de los trabajos se relaciona el proceso de cambio estructural con el nivel de ingreso y su crecimiento, mas no con la distribución del ingreso al interior de la economía (Krüger, 2008). La contribución de este trabajo es llenar dicho vacío, brindando un marco conceptual que permita entender el efecto de la desigualdad sobre el cambio estructural. La pregunta central del artículo es: ¿la desigualdad de ingresos, al interior de una economía, influye sobre el proceso de cambio estructural?

El cambio estructural en una economía es un fenómeno moderno, asociado al crecimiento económico, que se define como el cambio gradual de la producción y el empleo del sector agrícola al industrial y después al de servicios (Acemoglu, 2009). De esta manera, el crecimiento económico conlleva un proceso de evolución en la participación de los sectores económicos, que responde a diferentes factores asociados no solo al comportamiento de las firmas, sino también de los hogares.

Esta transformación estructural, sin embargo, sigue dinámicas distintas en cada país; por tanto, no es posible encontrar dos cambios estructurales iguales (Herrendorf, Rogerson y Valentinyi, 2014). De todas formas, el proceso de cambio estructural es reconocido dentro la literatura económica y se encuentra documentado en diferentes artículos (Krüger, 2008).

En este documento, el cambio estructural está determinado por el aumento en la demanda, esto es, los individuos necesitan superar un nivel mínimo de ingreso para consumir bienes que no son necesarios para la subsistencia. En este contexto, una vez superado el nivel crí-

[1] Economista de la Universidad Industrial de Santander, magíster en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia y candidato a doctor en Economía de la Universidad de los Andes. Es profesor del Departamento de Economía de la Universidad Central. Correo: cmesas@ucentral.edu.co

tico de ingreso, a medida que aumenta el ingreso crece el consumo relativo de bienes no necesarios para la subsistencia. En estas circunstancias, en una economía relativamente pobre en la cual el ingreso promedio es insuficiente para que haya un consumo positivo de bienes no esenciales, la desigualdad acelera el cambio sectorial en la medida en que algunos individuos logren el nivel de ingreso superior al nivel crítico. En otras palabras, dada una distribución igualitaria entre individuos que solo consumen bienes de subsistencia, una redistribución de ingresos que conduce a la desigualdad lleva a que se activen otros sectores, lo que produce, entonces, el cambio sectorial.

Es importante reconocer que la causalidad entre el cambio estructural y la distribución puede ser de doble vía. Por un lado, el cambio estructural puede afectar la remuneración relativa de factores y, por esta vía, la distribución del ingreso. Por otro lado, la distribución del ingreso afecta de forma diferente la demanda de bienes que produce cada sector. En el presente artículo se explora esta última dirección de causalidad.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en el segundo apartado, se motiva el tema a partir de datos sobre cambio estructural y desigualdad de ingresos; en el tercero, se brinda una breve revisión de la literatura sobre cambio estructural; en el cuarto, se presenta el modelo teórico que relaciona la desigualdad con el cambio sectorial, y en el último, se presentan las conclusiones.

Motivación

Existe evidencia acerca del proceso de cambio estructural a partir del ingreso. A medida que el ingreso per cápita se incrementa, la participación del sector agrícola disminuye, la participación del sector industrial aumenta hasta cierto punto y después cae y la participación del sector de servicios aumenta (Herrendorf et ál., 2014). De esta forma, es clara la relación entre cambio estructural y nivel de ingreso. Sin embargo, no se analiza que dicho cambio sectorial tiene relación con el nivel de desigualdad de ingresos al interior de cada país[2]. Así, no existe evidencia acerca de la relación entre distribución del ingreso y cambio estructural.

Para evidenciar la relación entre las dos variables, la figura 1 muestra las participaciones sectoriales de la agricultura y del sector de servicios por grupos de ingreso per cápita con respecto al coeficiente de Gini. Los datos corresponden a diferentes países en los años 1992, 2002 y 2012 y son de la base de datos del Banco Mundial. En el caso de la participación de la agricultura, se observa que para los países de ingreso bajo y medio un aumento de la desigualdad está relacionado con una disminución de la participación del sector. Por su parte, en el caso de los países de ingreso alto, esta relación es positiva, aun cuando, en promedio, el nivel de participación de la agricultura es mayor en los países de ingreso bajo y medio que en los de ingreso alto.

Para el caso del sector de servicios, la relación se invierte con respecto a lo que acontece en la agricultura. Los países de ingreso bajo y medio muestran una relación positiva entre la participación del sector de servicios y el nivel de desigualdad: mayor coeficiente de Gini está correlacionado con mayor participación del sector de servicios. Para los países de ingreso alto, la relación entre las dos variables es inversa.

La tabla 1 muestra los resultados de la regresión de la participación del sector agrícola y de servicios frente a la variable de interés que es el coeficiente de Gini, controlado por el logaritmo del ingreso per cápita. Los datos corresponden a un panel no balanceado de países en los periodos antes señalados. Las estimaciones se hacen bajo efectos fijos. En las columnas 1 y 3 se hace la regresión para países de ingreso bajo y medio, y en las 2 y 4, para

[2] Algunas referencias dentro de la literatura que revisan el tema son Galor y Zeira (1993), Galor y Tsiddon (1997) y Zuleta y Young (2013).

países de ingresos altos. Las regresiones buscan ser únicamente una forma de intuir la relación de causalidad entre la participación sectorial y el nivel de desigualdad.

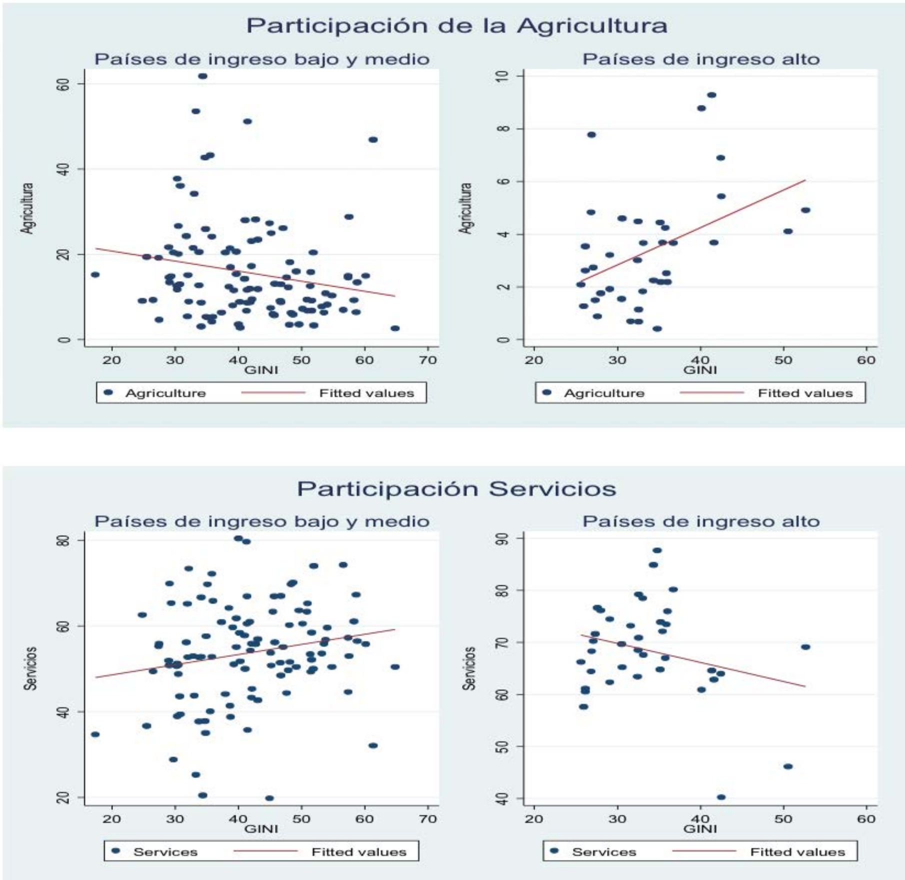

Figura 1. Diagrama de dispersión y participación de los sectores y el coeficiente de Gini. Fuente: elaboración propia con datos del Banco Mundial.

Para los dos conjuntos de países, el aumento de la desigualdad conduce a que se presente una disminución en la participación del sector agrícola, aun cuando para el caso de los países de ingreso bajo y medio, esta relación sí es significativa. Igual sucede cuando se miran los resultados para el sector de servicios: un aumento de la desigualdad conduce a un aumento en la participación del sector.

Tabla 1. Resultados de la regresión de la participación del sector agrícola y de servicios y el coeficiente de Gini

	Agricultura		Servicios	
Variables	(1) Bajo y medio	(2) Alto	(3) Bajo y medio	(4) Alto
Gini	-0.410**	-0.113	0.515*	0.474
	(0.200)	(0.136)	(0.266)	(0.519)
Log(gdp per cap.)	-16.57***	-2.000	14.35***	4.158
	(2.497)	(2.922)	(3.324)	(11.15)

Continúa...

... viene

	Agricultura		Servicios	
Variables	(1) Bajo y medio	(2) Alto	(3) Bajo y medio	(4) Alto
Constant	163.7***	27.38	-81.07**	10.51
	(22.96)	(32.32)	(30.56)	(123.3)
Observations	106	37	106	37
R-squared	0.539	0.276	0.342	0.302
Number of groups	66	33	66	33

Fuente: elaboración propia con datos del Banco Mundial.

Estos resultados evidencian que existe una relación significativa entre el nivel de desigualdad y el cambio estructural en los países de ingreso bajo y medio. En términos generales, se establece que para estos países el aumento en el nivel de desigualdad conduce a que el cambio estructural se dé. El modelo que se presenta más adelante busca establecer teóricamente esta relación.

Revisión de la literatura

En el apartado anterior se resaltó el proceso de cambio estructural a partir de los datos, mostrando su relación con el nivel de ingreso y su distribución. En este se hace una revisión concisa de los principales aportes conceptuales que giran alrededor del tema de cambio estructural.

Los aportes iniciales sobre crecimiento y cambio estructural provienen de Simon Kuznets (1966) y Walt Rostow (1959), quienes discuten la transformación sectorial como algo característico del proceso de industrialización (Krüger, 2008). De la misma manera, aportes iniciales en el tema de cambio estructural y el proceso de industrialización se pueden encontrar en Chenery (1960), Chenery, Robinson y Syrquin (1986) y Passineti (1981), donde se revisan estimaciones sobre el proceso de cambio estructural, la productividad sectorial y su relación con el crecimiento del ingreso per cápita. Adicionalmente, se presentan los primeros modelos teóricos sobre el tema.

Como señala Krüger (2008), la literatura sobre cambio estructural, en especial la que surge a finales de la década de los noventa y principios del siglo XXI, se puede dividir entre aquella que la aborda desde la perspectiva de la demanda y aquella que lo hace desde la oferta. Esto sin dejar de considerar que existe una interacción entre estos dos elementos durante el proceso de cambio sectorial.

Dentro de los modelos que rescatan los factores desde la demanda, se destaca el trabajo de Kongsamut, Rebelo, y Xie (2001), donde se concilian los hechos estilizados de Kuznets con los de Kaldor[3]. La idea central del modelo está en que cuando aumentan los ingresos del consumidor representativo, comienza a operar la ley de Engel: el aumento de ingresos permite a las personas superar un nivel de consumo mínimo de subsistencia, por lo tanto, los individuos gastarán más en bienes del sector manufacturero y en el sector de servicios, impulsando la demanda. Entonces, las actividades productivas se reubican y pasan de la agricultura hacia los sectores manufacturero y de servicios. Al final del proceso, los cambios en la demanda direccionan el cambio estructural.

En esta línea, los trabajos de Foellmi y Zweimuller (2002) y Buera y Kaboski (2009a, 2009b, 2012), por el lado de la demanda, consideran una estructura de preferencias donde los individuos tienen una jerarquía de preferencias que van supliendo, pero a medida que se producen bienes nuevos, entonces comien-

[3] Los hechos estilizados de Kaldor: este concepto se conoce como crecimiento balanceado y hace referencia a que en el proceso de crecimiento económico la tasa de interés y la relación capital producto se mantienen constantes en el tiempo. Los hechos estilizados de Kuznets: hacen referencia al cambio estructural que sufren las economías con el paso del tiempo (a consecuencia del mismo proceso de crecimiento económico), esto es, la participación total del empleo cae en la agricultura, se mantiene estable en la manufactura y aumenta en el sector de servicios. Estos mismos cambios ocurren cuando se observa la participación del gasto de consumo de los bienes producidos en cada uno de estos tres sectores.

zan a desearlos de forma tal que hay un ciclo de saturación por bienes, lo que lleva a que surjan empresas a causa de la demanda, mientras que las viejas empresas cumplen su ciclo de vida. Así, la demanda direcciona el cambio estructural y la innovación de productos.

Por el lado de los modelos de oferta, Acemoglu y Guerrieri (2008) estudian el crecimiento no balanceado de los diferentes sectores como una consecuencia del cambio tecnológico y de diferencias en la proporción de factores que se utilizan. En este contexto, la reubicación de las actividades económicas se da dependiendo de la forma en la que se tiene un sector que es intensivo en capital y otro en mano de obra, y del comportamiento de los precios relativos de los bienes producidos. En esta misma línea está el trabajo de Zuleta y Young (2013), considerando un modelo de dos sectores y procesos de innovación inducida.

Álvarez-Cuadrado y Poschke (2011) retoman empíricamente las dos perspectivas sobre cambio estructural: desde la demanda y desde la oferta (lo que los autores llaman efecto "labor pull" y "labor push" respectivamente) para el caso de diferentes países durante los siglos XIX y XX. Los resultados señalan que el efecto de demanda como explicación del cambio estructural se presentó en las economías hasta la Primera Guerra Mundial, y el efecto de oferta posterior a la Segunda Guerra Mundial. Por tanto, ante la evidencia histórica, los efectos de un aumento en el ingreso y la productividad como explicación del cambio sectorial se constituyen como argumentos empíricamente comprobados.

El estudio del cambio estructural tiene sus limitaciones. Desafortunadamente, el tema de la desigualdad y el cambio estructural es poco analizado, y esto es señalado por autores como Krüger (2008), Acemoglu (2009) y Herrendorf et ál. (2014). Es decir, la literatura reciente reconoce que el proceso de cambio estructural es entendible bajo los modelos actuales de oferta y demanda, pero es una explicación muy limitada frente a variables como la desigualdad de ingresos al interior de los países. Los trabajos de Galor y Zeira (1993) y Galor y Tsiddon (1997) brindan aproximaciones iniciales al revisar la distribución del ingreso por medio de la inversión en capital humano (inversión que va a depender de la estructura de mercados financieros y de las dotaciones de ingreso iniciales). En estos trabajos también se discuten los procesos de movilidad y desigualdad de ingresos dentro del crecimiento económico bajo un modelo de varios sectores.

Modelo de cambio estructural y desigualdad de ingresos

En esta sección se desarrolla un modelo que permite hacer una aproximación conceptual a la forma como la desigualdad del ingreso afecta el cambio sectorial. La estructura del modelo se hace a partir del marco analítico tradicional que tienen los modelos de cambio sectorial (Acemoglu, 2009; Herrendorf et ál., 2014; Kongsamut et ál., 2001), pero haciendo una modificación sobre el ingreso de los individuos, el cual proviene, en cada caso, de la venta que hacen de la cantidad del factor productivo con el que han sido dotados.

El modelo se desarrolla en forma estática, lo que permite centrar la atención en el cambio estructural con relación a la distribución de ingresos que puede existir dentro de la economía. Esta forma de presentar el modelo no es una limitante, dado que el análisis se realiza por casos, en cuanto a diferentes dotaciones del factor productivo (y por tanto de ingresos), y cómo se ve afectada la producción sectorial en cada caso.

Dentro del modelo, el concepto de desigualdad se define como las diferencias en dotaciones de cantidad de factor productivo que puede tener cada individuo en la economía. De esta manera, se considera que cada individuo cuenta con cierta dotación inicial de dicho factor, la cual ofrece y vende en el mercado a un precio que es el mismo para todos los individuos en los diferentes sectores de la economía; por tanto, la desigualdad de ingresos se da por la heterogeneidad en las dotaciones del factor productivo. Así, existe mayor desigualdad cuando las diferencias en la dotación del factor productivo son más grandes. Operativamente, la desigualdad de ingresos entre dos individuos es la distancia que existe entre la dotación de factor productivo que tiene cada uno de los agentes, donde, a mayor distancia, mayor desigualdad.

Es relevante señalar que en el modelo los agentes reciben parte de las ganancias obtenidas por las empresas de cada uno de los sectores. Sin embargo, para el análisis posterior se va a considerar que estos ingresos, producto de los beneficios de la producción, se reparten de forma equitativa entre los individuos, lo que lleva a que los niveles de desigualdad de ingreso sean marcados por las dotaciones iniciales de factor productivo que tiene cada individuo.

Los individuos

En este modelo se tienen varios individuos i donde cada uno de ellos desea maximizar su utilidad, la cual depende de su consumo (c_i). Sus preferencias están modeladas en forma logarítmica como lo muestra la ecuación (1):

$$\max_{c} u_i(c_i) = \max_{c} \log(c_i) \qquad \text{(Ec. 1)}$$

De otro lado, en esta economía se tienen dos sectores (a) y (s), donde el primero produce un bien de subsistencia para el individuo, mientras el otro sector produce un bien que el individuo también puede consumir, pero no es de subsistencia. Para sencillez del análisis se hace la simplificación de que cada sector produce un único bien. La función de consumo para cada individuo, dada por la ecuación (2), es de la forma Stone Geary:

$$c_i = (c_{ai} - \gamma_a)(c_{si} + \gamma_s) \qquad \text{(Ec. 2)}$$

Donde c_{ai} es el consumo que hace el individuo del bien del sector (a) Por su parte, el término $\gamma_a > 0$ es el nivel de consumo mínimo de subsistencia que debe tener un individuo. Dentro de la misma función, c_{si} es el consumo que hace el individuo del bien del sector (s) y el parámetro $\gamma_s \geq 0$ es un nivel de consumo inicial del bien (s) con el que cuenta el individuo. Esta función es creciente en c_{ai} y solo toma valores iguales o mayores a cero, en la medida en que $c_{ai} \geq \gamma_a$. Cuando esto no ocurre, los niveles de consumo se tornan negativos y la utilidad del individuo no estaría especificada.

Por simplicidad, en esta economía cada individuo cuenta con una dotación inicial de factor productivo $l_i > 0$, que representa la cantidad de unidades de factor productivo que vende el individuo a las firmas y es la fuente de ingresos. El supuesto implica que el factor productivo es homogéneo y que el nivel que tiene cada individuo les sirve para venderlo en cualquiera de los dos sectores productivos. La suma del factor productivo de cada individuo da la cantidad total del factor, esto es $\sum_{i=1}^{n} l_i = L$. Ahora, sea $w \geq 0$ el precio pagado por unidad de factor productivo y se asume que es el mismo en los dos sectores. Los precios por unidad de bien en cada sector son $p_a > 0$ y $p_s > 0$, donde se fija este último como numerario ($p_s = 1$). En consecuencia, la restricción presupuestaria para el individuo es:

$$wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) = p_a c_{ai} + p_s c_{si}$$

O lo que es lo mismo:

$$wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) = p_a c_{ai} + c_{si} \qquad \text{(Ec. 3)}$$

En la ecuación (3), π_a y π_s son los beneficios obtenidos en el sector (a) y (s) respectivamente, mientras que θ_i es la participación que tiene el individuo i en los beneficios totales (es decir, tiene la misma participación en los beneficios de cada sector), con lo que se establece que $\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1$. Por simplicidad, se asumirá que este parámetro es el mismo para todos los individuos. La restricción presupuestaria establece que el ingreso del individuo es $m = wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s)$, el cual se gasta en su totalidad en el consumo de los dos bienes: $p_a c_{ai} + c_{si}$.

Considerando la función de utilidad y la restricción presupuestaria, el problema del consumidor se escribe a partir de las ecuaciones (1), (2) y (3) como:

$$\max_{c_a, c_s} u_i(c_i) = \max_{c_a, c_s} \log\left((c_{ai} - \gamma_a)(c_{si} + \gamma_s)\right)$$
$$sujeto\ a: wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) = p_a c_{ai} + c_{si}$$

Ahora, planteando el lagrangiano y resolviendo el problema de cada uno de los individuos se tienen las condiciones de primer orden:

$$c_{ai} = \frac{wl_i}{2p_a} + \frac{\theta_i(\pi_a + \pi_s)}{2p_a} + \frac{\gamma_a}{2} + \frac{\gamma_s}{2p_a} \quad \text{(Ec. 4)}$$

A partir de la última expresión y de la restricción presupuestaria, se puede obtener la ecuación que define el consumo del sector (s):

$$c_{si} = wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) - p_a\left(\frac{wl_i}{2p_a} + \frac{\theta_i(\pi_a + \pi_s)}{2p_a} + \frac{\gamma_a}{2} + \frac{\gamma_s}{2p_a}\right)$$

$$c_{si} = \frac{wl_i}{2} + \frac{\theta_i(\pi_a + \pi_s)}{2} + \frac{p_a\gamma_a}{2} - \frac{\gamma_s}{2}$$

Dado que esta ecuación puede tomar valores negativos, se puede reescribir como:

$$c_{si} = \max\left\{\frac{wl_i}{2} + \frac{\theta_i(\pi_a + \pi_s)}{2} - \frac{p_a\gamma_a}{2} - \frac{\gamma_s}{2}\right\} \quad \text{(Ec. 5)}$$

Con esto, dadas las ecuaciones (4) y (5), se tienen dos expresiones para el consumo del individuo del bien producido en cada uno de los dos sectores, los cuales dependen del ingreso de cada uno de los agentes. El precio del bien del sector de subsistencia, p_a, también es crucial, porque define los niveles de consumo en los dos sectores para cada individuo.

Las dos ecuaciones de consumo de los individuos evidencian la ley de Engel, que es un comportamiento esencial dentro del cambio estructural. La elasticidad ingreso para c_{ai} es menor que 1, mientras que la elasticidad ingreso para c_{si} es mayor que 1[4]. Este resultado es relevante porque recoge el hecho de que entre mayor es el nivel de ingreso dado por la venta del factor productivo, el consumo del sector (a) aumenta menos que proporcionalmente, mientras que el consumo del sector (s) lo hace más que proporcionalmente. Cuando los niveles de ingreso aumentan, el sector (s) aumenta más rápidamente que el sector (a), lo que lleva al cambio estructural.

Dada una economía como la descrita hasta ahora, para que un individuo pueda consumir cierta cantidad del bien (s), debe cumplir que (a partir de la ecuación 5):

$$wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) > p_a\gamma_a + \gamma_s$$

Es decir, el individuo debe asegurarse de ofrecer una cantidad de factor productivo tal que:

$$l_i > \frac{p_a\gamma_a + \gamma_s - \theta_i(\pi_a + \pi_s)}{w} = \tilde{l}_i \quad \text{(Ec. 6)}$$

La ecuación (6) es relevante en la medida en que se afirma que el nivel de ingreso de un individuo debe superar cierto nivel con el fin de asegurar el consumo del sector (s). Al tener diferentes individuos en la población, puede ocurrir que varios de ellos no superen este umbral y, por tanto, el consumo agregado en dicho sector es menor que si todos consumieran. Si la dotación de factor productivo de un individuo no supera el nivel $\tilde{l}_i$, entonces no consume nada del sector (s) (esto es, si $l_i \leq \tilde{l}_i$ entonces $c_{si} = 0$).

La figura 2 permite entender lo expresado en el párrafo anterior. La cantidad total del factor productivo de la economía L se reparte entre todos los individuos y cada uno cuenta con su dotación. El punto donde se ubica

[4] Es decir, la elasticidad ingreso E_m en cada sector es:

$$E_{m,c_{ai}} = \frac{wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s)}{wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) + p_a\gamma_a + \gamma_s} < 1$$

$$E_{m,c_{si}} = \frac{wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s)}{wl_i + \theta_i(\pi_a + \pi_s) - p_a\gamma_a - \gamma_s} > 1$$

$\tilde{l}_i$, definido en la ecuación (6), determina el nivel a partir del cual un individuo comienza a consumir del sector (s). Todo individuo que supera el umbral $\tilde{l}_i$ estará consumiendo el bien del sector (s).

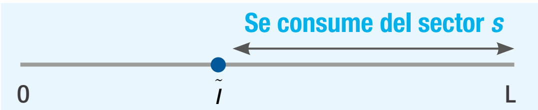

Figura 2.

En este orden de ideas, basta con tener un solo individuo para el cual la dotación de factor productivo sea superior a $\tilde{l}_i$ para que el sector (s) se encuentre activo y produciendo.

Las firmas

Como se mencionó antes, del lado de la producción se cuenta con dos sectores, donde se asume que cada uno produce un solo bien. Adicionalmente, por simplicidad, se asume que existe una única firma en cada sector, encargada de la producción del bien en cuestión y, además, de la maximización de beneficios. Las funciones de producción para cada sector son:

$$Y_a = A_a L_a^{\alpha} \qquad \text{(Ec. 7)}$$

$$Y_s = A_s L_s^{\alpha} \qquad \text{(Ec. 8)}$$

Donde Y_a es la producción en el sector (a) y Y_s la producción en el sector (s). Se asume que la producción se realiza con el único factor de producción que se tiene, por tanto, $L_a \geq 0$ y $L_s \geq 0$ son la cantidad de dicho factor empleada en cada sector. Se asume también que existe vaciamiento del mercado de factores y libre movilidad entre los dos sectores; se tiene, entonces, $L_a + L_s = L$, donde L es la cantidad total del factor en la economía. Los parámetros A_a y A_s son las productividades que se asumen como constantes. El parámetro α es el mismo en los dos sectores, es menor que uno, $\alpha < 1$, lo que implica rendimientos decrecientes a escala y permite tener productividad marginal positiva y decreciente.

De esta manera, las firmas desean maximizar sus beneficios. Recordando que $p_s = 1$, y que p_a es entonces el precio relativo del bien a con respecto al bien s, las funciones de beneficios para cada sector son:

$$\max_{L_a} \pi_a = p_a Y_a - wL_a = P_a A_a L_a^{\alpha} - wL_a \qquad \text{(Ec. 9)}$$

$$\max_{L_s} \pi_s = Y_s - wL_s = A_s L_s^{\alpha} - wL_s \qquad \text{(Ec. 10)}$$

Las condiciones de primer orden con respecto a la cantidad del factor productivo en cada sector permiten determinar la cantidad óptima del factor en cada sector. Sin embargo, es necesario considerar que la elección óptima del factor productivo no puede superar la totalidad del factor ($L_a + L_s = L$):

$$L_a = \max\left\{\left(\frac{\alpha p_a A_a}{w}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, L\right\} \qquad \text{(Ec. 11)}$$

$$L_s = \max\left\{\left(\frac{\alpha A_s}{w}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, L\right\} \qquad \text{(Ec. 12)}$$

Es importante señalar que, dados los rendimientos decrecientes en la función de producción, las firmas en cada sector obtienen beneficios, esto es, al remplazar la ecuación (11) en la (9) y la ecuación (12) en la (10), se obtienen beneficios positivos para las firmas, los cuales son distribuidos a los individuos bajo el parámetro θ_i.

Como ya se mencionó antes, la cantidad total de factor productivo en los dos sectores debe cumplir que:

$$L_a + L_s = L \qquad \text{(Ec. 13)}$$

Además, la suma de las dotaciones de este factor para todos los individuos debe ser igual a la cantidad total disponible del factor:

$$\sum_{i=1}^{N} l_i = L \qquad \text{(Ec. 14)}$$

La relación entre las ecuaciones (13) y (14) no es más que la del mercado del factor. La oferta total (ecuación 14) se iguala con la demanda (ecuación 13) al precio del factor que es w, que es el mismo en los dos sectores.

Reemplazando las ecuaciones (11) y (12) en la ecuación (13) se obtiene w en términos de p_a:

$$w=\left[\frac{\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{L}\right]^{1-\alpha} \qquad \text{(Ec. 15)}$$

Con el resultado anterior, se pueden reescribir las funciones de producción para que queden en términos del precio p_a. Reemplazando las ecuaciones (11), (12) y (15) en las ecuaciones (7) y (8) respectivamente, se tiene:

$$Y_a=\frac{A_a\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha L^{\alpha}}}}{\left[\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{\alpha}} \qquad \text{(Ec. 16)}$$

$$Y_s=\frac{A_a\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha L^{\alpha}}}}{\left[\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{\alpha}} \qquad \text{(Ec. 17)}$$

Equilibrio general: desigualdad de ingresos y cambio estructural

Tomando como punto de partida el modelo presentado hasta ahora, en esta sección se introduce el análisis de desigualdad de ingreso entre los individuos y se estudia la forma en la que se ve afectado el cambio estructural cuando se deteriora la distribución.

Para simplicidad del análisis se asume que la economía cuenta únicamente con dos individuos que, dependiendo de su dotación inicial de factor productivo, pueden consumir o no del sector (s), lo cual lleva a que los sectores produzcan en determinado nivel, generando un cambio sectorial distinto. Es importante mencionar que se asume que los beneficios de los sectores se distribuyen igualitariamente dentro de los dos individuos $\left(\theta_i=\frac{1}{2}\right)$, por lo que cualquier desigualdad de ingresos existente entre individuos se debe a la dotación inicial de factor productivo.

De la misma forma, se debe tener en cuenta que al fijar $\left(\theta_i=\frac{1}{2}\right)$, la ecuación (6) queda definida como $\frac{p_a\gamma_a+\gamma_s-\frac{1}{2}\left(\pi_a+\pi_s\right)}{w}=\tilde{l}$ y por tanto $\tilde{l}$ es el mismo para todos los individuos.

Definición de equilibrio

Para cada uno de los casos que se presenta a continuación, un equilibrio es la asignación del factor de producción en los sectores $[L_a, L_s]$, un vector de precios $[p_a, w]$ y un vector de consumo $\left[c_{ai}, c_{si}\right]_{i=1}^{n}$ tales que: cada sector productivo $[a, s]$ maximiza sus beneficios $[\pi_a, \pi_s]$, dada la oferta total del factor productivo $[L]$ y las asignaciones de factor productivo $\left[l_i\right]_{i=1}^{n}$ (de forma tal que se satisfacen las ecuaciones 11 a 17). Adicionalmente, los individuos maximizan su utilidad a partir de las ecuaciones (1) a (5), sujetos a la restricción y a la dotación inicial de factor productivo $\left[l_i\right]_{i=1}^{n}$.

Equilibro con distribución igualitaria

Para comenzar, se considera una situación en la cual existe perfecta distribución del ingreso, dado que lo que se estudia es el comportamiento del cambio sectorial cuando existe deterioro en la distribución del factor productivo. La idea es partir de una situación en la cual existe perfecta distribución del ingreso, pero los agentes solo consumen del bien de subsistencia, y posteriormente deteriorar la distribución del ingreso, generando desigualdad, para ver lo que acontece con el cambio estructural, siendo que dicha desigualdad activa el sector (s).

Considerando dos individuos, a partir de la ecuación (5) se establece que el consumo total del sector (s) está dado por:

$$C_s = c_{s1} + c_{s2}$$

$$C_s = \max\left\{0, \frac{wL}{2} + \frac{(\pi_a + \pi_s)}{2} - p_a\gamma_a - \gamma_s\right\}$$

Teniendo en cuenta las funciones de beneficios (9) y (10), en equilibrio:

$$wL + \pi_a + \pi_s = p_a A_a L_a^\alpha + A_s L_s^\alpha$$

Y sustituyendo en el consumo total del sector (s)

$$C_s = \max\left\{0, \frac{p_a A_a L_a^\alpha + A_s L_s^\alpha}{2} - p_a\gamma_a - \gamma_s\right\}$$

De esta manera, si $\frac{p_a A_a L_a^\alpha + A_s L_s^\alpha}{2} \leq p_a\gamma_a + \gamma_s$, entonces $C_s = 0$.

Para que el sector (s) se encuentre activo, se debe cumplir que:

$$\frac{p_a A_a L_a^\alpha + A_s L_s^\alpha}{2} \leq p_a\gamma_a + \gamma_s$$

$$p_a\left(A_a L_a^\alpha - 2\gamma_a\right) + \left(A_s L_s^\alpha - 2\gamma_s\right) > 0$$

De la anterior desigualdad, sabiendo que $p_a > 0$, se desprende que si $L_a > \left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ y $L_s > \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, entonces el sector ($s$) se activa. Por tanto, una condición suficiente para que el sector se active debe ser $\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}} < L_a + L_s$, y por la ecuación (13) se tiene que $\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}} < L$.

Proposición 1: En una economía como la descrita hasta este punto, con dos individuos y con dos bienes, (a) y (s), donde la demanda de consumo total del bien (s) está dada por:

$$C_s = \max\left\{0, \frac{wL}{2} + \frac{(\pi_a + \pi_s)}{2} - p_a\gamma_a - \gamma_s\right\}$$

donde $p_a > 0$; para que el consumo del sector (s) sea positivo, se debe cumplir que:

$$\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}} < L$$

Lo cual es una condición necesaria y suficiente (la demostración se encuentra en el apéndice del documento).

De la proposición anterior se sabe también, por la ecuación (14), que se debe cumplir que $l_1 + l_2 = L$, entonces, $\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}} < l_1 + l_2$.

Bajo una distribución igualitaria del factor productivo se tiene que $l_1 = l_2 = \frac{L}{2}$, por tanto:

$$\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}} < 2l_1$$

$$\frac{1}{2}\left[\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right] < l_1$$

Así, para una distribución igualitaria en condición de equilibrio, el umbral que activa el sector (s) está dado por:

$$\tilde{l} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}} + \left(\frac{2\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\right] \qquad \text{(Ec. 18)}$$

Caso: $l_1 > \tilde{l}$ y $l_2 \leq \tilde{l}$

En el caso anterior se partió del hecho de que existe una perfecta distribución del ingreso. Ahora, si las dotaciones de los dos individuos se encuentran debajo del umbral que les permite activar el consumo del sector (s) entonces solo el sector (a) se encuentra produciendo. Suponiendo que existe un deterioro en la distribución, de forma tal que se genera desigualdad, se estudia, a continuación, lo que pasa con la producción de los dos sectores.

Se va a suponer ahora que los dos individuos tienen diferentes dotaciones, pero el individuo 1 supera el umbral que le permite consumir del bien del sector (s) mientras que el individuo 2 no supera el umbral, por lo que no consume nada del sector (s) De esta manera se tiene que $l_1 > \tilde{l}$ y $l_2 \leq \tilde{l}$. De todas formas, el sector de consumo básico sí se encuentra activo en los dos individuos. La figura 3 representa esta situación.

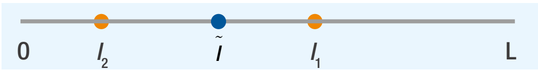

Figura 3.

Para poder tener este caso se debe cumplir que $l_1 > \tilde{l}$ y que se cumpla siempre para el individuo 2, $l_2 \leq \tilde{l}$, donde $\tilde{l}$ está dado por la ecuación (18).

En este caso, el consumo agregado en el sector (a) es $C_a = c_{a1} + c_{a2}$, esto es:

$$C_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(\pi_a + \pi_s)}{2p_a} + \gamma_a + \frac{\gamma_s}{p_a} \quad \text{(Ec. 19)}$$

La condición de equilibrio, en este caso, debe cumplir que $Y_a = C_a$ Por su parte, en el sector (s), el consumo agregado está determinado únicamente por lo que consuma el individuo 1. En este caso se tiene:

$C_s = C_{s1}$

$$C_s = \frac{wL_1}{2} + \frac{\frac{1}{2}(\pi_a + \pi_s)}{2} - \frac{p_a \gamma_a}{2} - \frac{\gamma_s}{2} \quad \text{(Ec. 20)}$$

La ecuación (20) describe el comportamiento del consumo agregado en el sector (s) para el caso que se está considerando. En condición de equilibrio para este sector también se debe cumplir que $Y_s = C_s$ La ecuación (21) es la nueva condición de equilibrio.

Proposición 2: dada una economía donde $l_1 > \tilde{l}$ y $l_2 \leq \tilde{l}$, el precio de equilibrio está dado por la ecuación (21) (la demostración se encuentra en el anexo 2):

$$p_a = \frac{\left[\frac{LA_s(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\left(l_1 - \frac{1}{2}L\right)} - (\alpha A_s)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]}{\alpha A_a} \quad \text{(Ec. 21)}$$

Esta última ecuación, que describe el equilibrio, pasa a depender de la dotación dada al individuo 1. De dicha condición se puede establecer que para que p_a sea positivo y se encuentre determinado, se debe tener en cuenta que:

1. El precio de equilibrio es cero en la medida en que $\frac{LA_s(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\left(l_1 - \frac{1}{2}L\right)} = (\alpha A_s)^{\frac{1}{1-\alpha}}$, lo cual solo puede ocurrir si $L\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{2}\right) = l_1$. En esta situación $p_a = 0$, lo que implica que la demanda del sector (a) se incrementa. Sin embargo, dado que α es menor que 1, esta situación no puede ocurrir.

2. De otra parte, en la ecuación (21), si $l_1 = \frac{L}{2}$ implica necesariamente que se tiene $l_1 = \frac{L}{2} = l_2$; en este caso, $p_a = \infty$ y no está determinado. Esta situación quiere decir que el sector (s) no está siendo consumido y, como consecuencia, dicho sector no produce ninguna cantidad, por lo que su precio es cero y hace que el precio relativo p_a sea infinito. De igual forma, la situación $l_1 = \frac{L}{2} = l_2$ es la condición de equidad en la distribución de dotaciones, que asume que los individuos solo consumen del sector (a).

El término $\left(L_1 - \frac{1}{2}L\right)$ que parece en la ecuación (21) es una media de desigualdad, dado que representa la diferencia de dotaciones que tiene el individuo 1 con respecto a la situación de distribución igualitaria. Por tanto, al derivar la ecuación (21) con respecto al término $\left(L_1 - \frac{1}{2}L\right)$ se tiene una medida del cambio en el precio relativo p_a cuando hay un cambio en la desigualdad:

$$\frac{\partial p_a}{\partial\left(l_1-\frac{1}{2}L\right)}=-\frac{(1-\alpha)\left(\frac{LA_s(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\left(l_1-\frac{1}{2}L\right)^2}\right)}{\alpha A_a\left[\frac{LA_s(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\left(l_1-\frac{1}{2}L\right)}-(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}\right]^{\alpha}}$$

De este último se extrae la conclusión principal de que, a medida que la desigualdad se incrementa, el precio relativo p_a disminuye. Cuando aumenta la desigualdad con respecto al punto de distribución igualitaria, se activa la demanda y la producción del sector (s), por lo que su precio aumenta, haciendo que el precio relativo p_a disminuya.

Para encontrar la solución analítica bajo condiciones de equilibrio se reemplaza la ecuación (21) en las ecuaciones (16) y (17). Esto permite obtener el cambio estructural bajo condiciones de desigualdad. La producción de los dos sectores es, en consecuencia:

$$Y_a = A_a\left[L-\alpha\left(l_1-\frac{1}{2}L\right)\right]^{\alpha}$$

$$Y_s = A_s\left[\alpha\left(l_1-\frac{1}{2}L\right)\right]^{\alpha}$$

Estas expresiones permiten observar que un incremento de la desigualdad produce el cambio estructural, puesto que el aumento de la desigualdad, dado por $l_1-\frac{1}{2}L$, lleva a que la producción del sector (a) disminuya, mientras que la producción del sector (s) aumenta.

Estática comparativa del caso: $l_1>\tilde{l}$ y $l_2\leq\tilde{l}$.

Para analizar la estática comparativa en este caso se recurre a la simulación. Ahora, se analiza lo que sucede con el equilibrio bajo condiciones de desigualdad. En particular, partiendo de una condición de igualdad en la distribución del factor productivo, se compara el comportamiento del cambio estructural en la medida en que se da un deterioro en la distribución de dicho factor. En este punto, es relevante recordar que la desigualdad se define operativamente como la distancia entre la dotación del individuo 1 con respecto al individuo 2, esto es: $d=l_1-l_2$. Dado que, bajo el equilibrio de este caso, $l_1>\frac{L}{2}$, entonces $d>0$.

Para la simulación presentada, los valores otorgados a los parámetros fueron, los de la tabla 2.

Tabla 2. Valores de los parámetros para la simulación del modelo

Parámetro	Valor
θ	0.5
γ_a	2
γ_s	1
A_a	2
A_s	1
α	0.5

Fuente: elaboración propia.

Esto permitió obtener un $\tilde{l}=4$ dado por la ecuación (18) y un $L=8$, que corresponden a la situación de distribución igualitaria. Esto implica que se parte de una situación en la cual $\tilde{l}=4=l_1=l_2$, donde el sector (s) no está activo y $d=0$.

La figura 4 muestra los resultados del comportamiento que tiene el consumo sectorial para el individuo 1 con respecto a la dotación factorial, dado un equilibrio. El consumo del sector (s) se activa en la medida en que la dotación factorial del individuo supera el umbral $\tilde{l}$. Cuando la dotación factorial de individuo

1 se incrementa, él obtiene más ingreso, entonces su consumo en los dos sectores se incrementa, aun cuando por la ley de Engel el incremento en el sector (*s*) es mayor que en el sector (*a*).

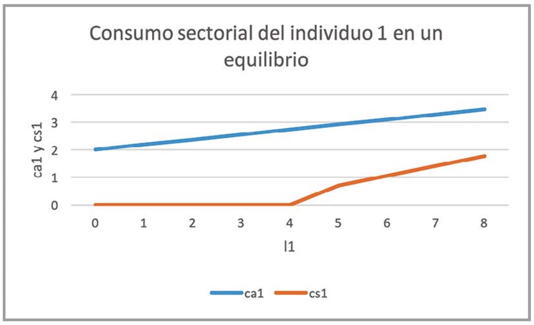

Figura 4. Consumo sectorial del individuo 1 en un equilibrio
Fuente: elaboración propia.

¿Qué sucede con la participación sectorial a medida que se incrementa el nivel de desigualdad? Cuando se incrementa la diferencia en la dotación factorial entre los dos individuos, se da el proceso de cambio estructural. La figura 5 muestra esta situación con las participaciones que tiene cada sector cuando cambia el nivel de desigualdad. A medida que el individuo 1 incrementa su dotación del factor productivo, dispone de mayor ingreso que le permite activar el sector (*s*) e incrementar su participación dentro del producto total. Por su parte, el sector (*a*) reduce su participación, dado que el individuo 1 dedica mayor consumo al sector (*s*), mientras que el individuo 2 no consume del sector (*s*) y reduce su consumo del sector (*a*).

Por su parte, la figura 6 permite ver el comportamiento del consumo agregado y el consumo individual a medida que cambia la desigualdad. Los resultados refuerzan lo presentado anteriormente. El consumo agregado en el sector (*s*) se incrementa, mientras el del sector (*a*) disminuye a mayor desigualdad. La descomposición por individuos muestra que el individuo 1 incrementa su consumo en los dos sectores, pero con mayor rapidez en el sector (*s*) Para el individuo 2, el aumento de la desigualdad implica que tiene menor dotación del factor productivo, por lo que consume menos del único sector disponible para él, el sector (*a*).

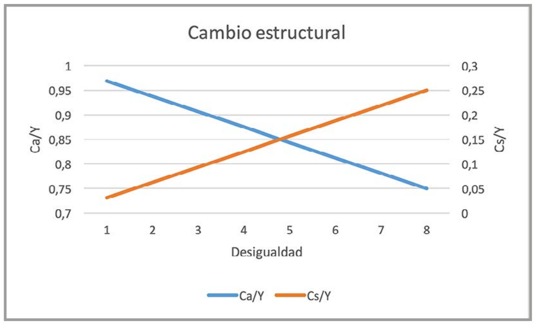

Figura 5. Cambio estructural
Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se evidencia qué sucede con las cantidades de factor productivo utilizado en cada sector y el precio relativo del bien del sector (*a*) y con el precio relativo del factor productivo cuando cambia la desigualdad. En la figura 7 se presentan los resultados. El incremento en la demanda del bien del sector (*s*) aumenta el uso del factor productivo en este sector, mientras que cae en el sector (*s*) a medida que la desigualdad crece. El precio relativo del bien del sector de subsistencia disminuye, al igual que el precio relativo del factor productivo, cuando la desigualdad aumenta y el cambio estructural ocurre.

De esta manera, bajo la simulación presentada, el modelo teórico expuesto caracteriza el cambio estructural cuando se produce desigualdad. El deterioro en la asignación del factor productivo, causante de la desigualdad de ingresos, lleva a que se active un sector productivo. La participación del sector productivo de bienes de subsistencia cae, mientras que el nuevo sector incrementa su participación a medida que la desigualdad es más alta, a causa de que los individuos que superan el umbral de ingreso pueden demandar más de los dos sectores, mientras que quienes no lo hacen reducen su demanda del sector de subsistencia.

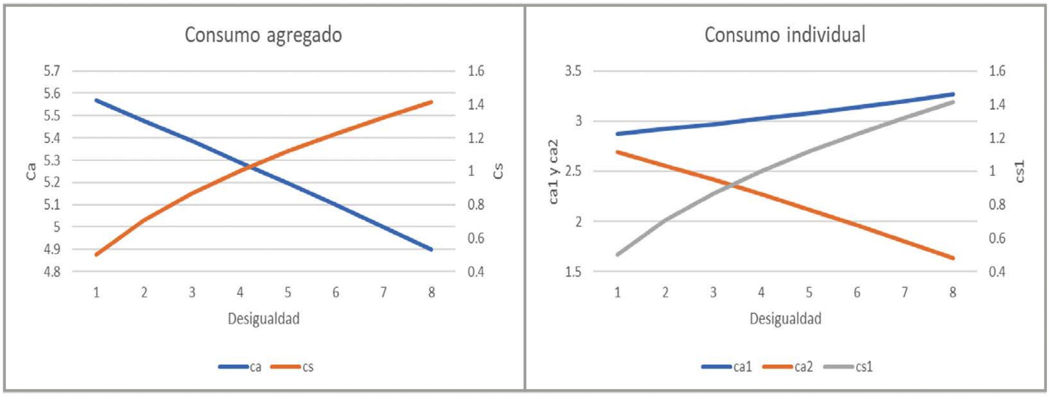

Figura 6. Consumo agregado y consumo individual
Fuente: elaboración propia.

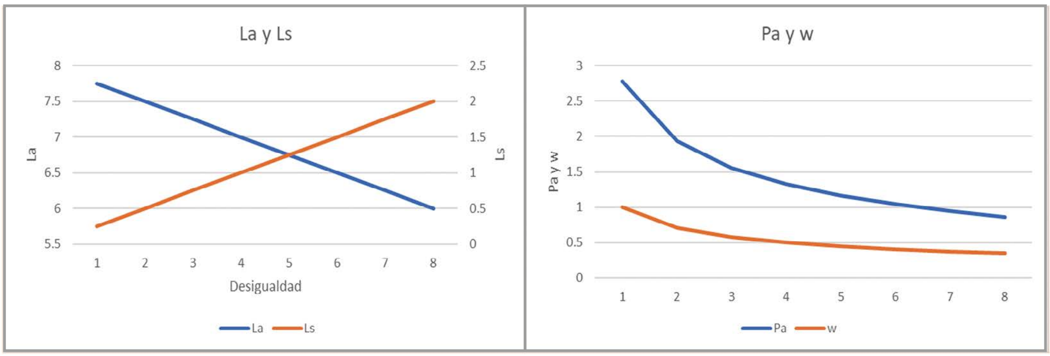

Figura 7. Factor productivo, precio relativo y desigualdad
Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

El presente artículo explora teóricamente la relación entre cambio estructural y desigualdad de ingreso, bajo la idea de que un deterioro en la desigualdad genera efectos sobre el proceso de cambio estructural, dado que afecta la capacidad de demanda de los individuos. La revisión de literatura resalta los factores de demanda y oferta para explicar el cambio sectorial, pero a su vez evidencia un vacío relacionado con la conexión entre el proceso de cambio estructural y los niveles de desigualdad que se presentan en una economía.

El modelo presentado es una aproximación teórica desde una perspectiva estática. Se concluye que la desigualdad es relevante dentro del proceso de cambio estructural, en comparación con una situación de perfecta igualdad donde los individuos no superan el nivel de ingreso que permite rebasar el consumo de subsistencia. Cuando en una economía hay perfecta distribución del ingreso, pero el ingreso es bajo, los individuos solo consumen de un sector, el que produce los bienes de subsistencia. Una redistribución del ingreso que genera desigualdad lleva a un grupo a tener mayores ingresos y permite que dicho grupo pueda consumir no solo del sector de subsistencia, sino que genere una demanda de otro sector, activando entonces su producción. De esta forma, bajo las condiciones presentadas, un deterioro en la distribución del ingreso lleva a que se produzca el cambio estructural dentro de una economía.

En el presente texto se analizó la forma en la que los individuos, al encontrarse bajo una distribución igualitaria, solo pueden consumir de un solo sector, y cómo el deterioro en la distribución activa el cambio estructural. Sin embargo, este no es el único caso que se puede analizar. Queda por explorar el caso en el que los individuos pueden consumir de los dos sectores y un deterioro de la desigualdad lleva a que parte de los individuos solo pueda consumir de un solo sector, pues el proceso de cambio estructural puede ser diferente.

Referencias

Acemoglu, D. (2009). *Introduction to modern economic growth*. Nueva Jersey: Princeton University Press.

Acemoglu, D. y Guerrieri, V. (2008). Capital deepening and nonbalanced economic growth. *Journal of Political Economy*, *116*(3), 467-498.

Alonso-Carrera, J. y Raurich, X. (2015). Demand-based structural change and balanced economic growth. *Journal of Macroeconomics*, *46*, 359-374.

Álvarez-Cuadrado, F. y Long, N. (2011). Capital-labor substitution, structural change and growth. *CIRANO: Scientific Series*, *68*, 1-55.

Álvarez-Cuadrado, F. y Poschke, M. (2011). Structural change out of agriculture: labor push versus labor pull. *American Economic Journal: Macroeconomics*, *3*, 127-158.

Betts, C., Giri, R. y Verma, R. (2013, 7). *Trade, reform and structural transformation in South Korea*. Recuperado de: https://bit.ly/2Z6IlKs

Boppart, T. (2014). Structural change and the kaldor facts in a growth model with relative price effects and non-gorman preferences. *Econometrica*, *82*(6), 2167-2196.

Buera , F. y Kaboski, J. (2009a). The rise of the service economy. *NBER Working Paper Series*, *14822*, 1-57.

Buera, F. y Kaboski, J. (2009b). Can traditional theories of structural change fit the data? *Journal of the European Economic Association*, 469-477.

Buera, F. y Kaboski, J. (2012). Scale and the origins of structural change. *Journal of Economic Theory*, *147*, 684-712.

Caselli, F. y Coleman, W. (2001). The U.S. structural transformation and regional convergence*: a reinterpretation*. *Journal of Political Economy*, *109*(3), 584-616.

Chenery, H. (1960). Patterns of industrial growth. *The American Economic Review*, *50*(4), 624-654.

Chenery, H., Robinson, S. y Syrquin, M. (1986). *Industrialization and growth. A comparative Study*. Oxford: Oxford University Press.

Comin, D., Lashkari, D. y Mestieri, M. (2015). *Structural change with long-run income and price effects*. NBER Working Paper 21595. Recuperado de: https://www.nber.org/papers/w21595.pdf.

Cook, M. y Healey, N. (1995). *Growth and structural change*. Londres: MacMillan Press LTD.

Duarte, M. y Restuccia, D. (2010). The role of the structural transformation in aggregate productivity. *The Quarterly Journal of Economics*, *125*(1), 129-173.

Echevarria, C. (1997). Changes in sectorial composition associated with economic growth. *International Economic Review*, *38*(2), 431-452.

Feinstein, C. (1999). Structural change in the developed countries during the twentieth century. *Oxford Review of Economic Policy*, *15*(4), 35-55.

Foellmi, R. y Zweimuller, J. (2002). Structural change and the Kaldor facts of economic growth. Institute for Empirical Research in Economics, University of Zurich. *Working Paper Series*, 111.

Galor, O. y Tsiddon, D. (1997). Technological progress, mobility, and economic growth. *The American Economic Review*, *87*(3), 363-382.

Galor, O. y Zeira, J. (1993). Income distribution and macroeconomics. *Review of Economic Studies*, 60, 35-52.

Greenwood, J. y Uysal, G. (2005). New goods and transition to a new economy. *Journal of Economic Growth*, *10*, 99-134.

Guillo, M., Papageorgiou, C. y Pérez-Sebastián, F. (2011). A unified theory of structural change. *Journal of Economic Dynamics & Control*, *35*, 1393-1404.

Herrendorf, B., Rogerson, R. y Valentinyi, Á. (2014). Growth and structural transformation. En P. Aghion y S. Durlauf. *Handbook of economic growth*. Elsevier.

Hirschman, A. (1958). *The strategy of economic development*. New Haven: Yale University Press.

Kongsamut, P., Rebelo, S. y Xie, D. (2001). Beyond balanced growth. *The Review of Economic Studies*, 68(4), 869-882.

Krüger, J. J. (2008). Productivity and structural change: a review of the literature. *Journal of Economic Surveys*, *22*(2), 330-363.

Kuznets, S. (1966). *Modern economic growth: rate structure, and spread*. New Haven: Yale University Press.

Kylymnyuk, D., Maliar, L. y Maliar, S. (2007). A model of unbalanced sectorial growth with application to transition economies. *Econ Change*, *40*, 309-325.

Laitner, J. (2000). Structural Change and Economic Growth. *The Review of Economic Studies*, 67(3), 545-561.

McMillan, M., Rodrik, D. y Verduzco-Gallo, I. (2014). Globalization, structural change, and productivity growth, with an update on Africa. *World Development*, *63*, 11-32.

Pagés, C. (2010). *The age of productivity*. Washington, D. C.: Inter-American Development Bank.

Pasinetti, L. (1981). *Structural change and economic growth*. Cambridge: Cambridge University Press.

Ray, D. (1998). *Economía del desarrollo*. Barcelona: Antoni Bosch Editor.

Rogerson, R. (1991). Sectoral shifts and cyclical fluctuations. *Revista de Análisis Económico*, 6(2), 37-46.

Rogerson, R. (2008). Structural transformation and the deterioration of european labor markets outcomes. *Journal of Political Economy*, *116*(2), 235-259.

Rosenstein-Rodan, P. (1943). Problems of industrialisation of Eastern and Southeastern Europe. *Economic Journal*, *53*, 202-211.

Rostow, W. (1959). The stages of economic growth. *The Economic History Review*, *12*(1), 1-16.

Solow, R. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, *70*(1), 65-94.

Timmer, M., De Vries, G. y De Vries, K. (2014). Patterns of structural change in developing countries. *GGDC Research Memorandum*, *149*, 1-31.

World Bank Open Data. (s. f). World development indicators. Recuperado de: http://datatopics.worldbank.org/world-development-indicators/.

Zeira, J. y Zoabi, H. (2015). Economic growth and sector dynamics. *European Economic Review*, *79*, 1-15.

Zuleta, H. (2016). *Crecimiento económico e innovaciones sesgadas*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

Zuleta, H. y Young, A. (2013). Labor shares in a model of induced innovation. *Structural Change and Economic Dynamics*, *24C*, 112-126.

Zulkhibri, M., Naiya, I. y Ghazal, R. (2015). Structural change and economic growth in selected emerging economies. *International Journal of Development Issues*, *14*(2), 98-116.

Anexo 1.

En la proposición 1 se tiene que $\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}+\left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}<L$ es una condición necesaria y suficiente para activar el sector (*s*). Se puede observar que $L>\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ es condición necesaria para que haya consumo

y producción del sector (*s*). No obstante, no es condición suficiente. En este sentido, suponga que $L>\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, de manera que $\left(A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a\right)>0$.

Para que se active el sector (*s*) se requiere:

$$p_a>\frac{2\gamma_s-A_sL_s^{\alpha}}{\left(A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a\right)}>0$$

Ahora, asuma que

$\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}+\left(2\frac{\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}>L>\left(2\frac{\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$ esto implica que $A_aL_a^{\alpha}>2\gamma_a\leftrightarrow A_sL_s^{\alpha}>2\gamma_s$.

1. $L<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}+La^{1-\alpha}\frac{2\gamma_a}{A_a}$ implica

   $$p_a\leq\frac{2\gamma_s-A_sL_s^{\alpha}}{\left(A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a\right)}.$$

   Demostración:

   $L_s+L_a<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}+L_a^{1-\alpha}\frac{2\gamma_a}{A_a}$ implica:

   $$L_a^{1-\alpha}\left(L_a^{\alpha}-\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)>L_s^{1-\alpha}\left(\frac{2\gamma_s}{A_s}-L_s^{\alpha}\right).$$

   Se reagrupa:

   $$L\frac{A_s}{A_a}\left(\frac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}<\frac{2\gamma_s-A_sL_s^{\alpha}}{\left(A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a\right)}.$$

   De las ecuaciones 11 y 12 se obtiene

   $p_a=\frac{A_s}{A_a}\left(\frac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}$. Así,

   $$p_a<\frac{2\gamma_s-A_sL_s^{\alpha}}{\left(A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a\right)}.$$

2. Dado que $A_aL_a^{\alpha}-2\gamma_a$, entonces

   $$L_{\alpha}^{1-\alpha}\frac{2\gamma_a}{A_a}>\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\frac{2\gamma_a}{A_a}\text{ y}$$

   $$L_{\alpha}^{1-\alpha}\frac{2\gamma_a}{A_a}>\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

3. $A_sL_s^{\alpha}<2\gamma_s$ implica $\frac{2\gamma_s}{A_s}>L_s^{\alpha}$ y

   $$L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}>L_s.$$

4. $\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}+\left(\frac{2\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}>L$ implica

   $$L-\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}<L_s.$$

5. De 3 y 4 se sigue que

   $$L-\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}\text{ y}$$

   $$L<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A}+L_a^{1-\alpha\frac{2\gamma_a}{A_a}}.$$

6. De 2 se desprende que si

   $L<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}+\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, entonces

   $$L<L_s^{1-\alpha}\frac{2\gamma_s}{A_s}+L_a^{1-\alpha}\frac{2\gamma_a}{A_a}$$

De 1 a 6 se sigue que si $\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}+\left(\frac{2\gamma_s}{A_s}\right)^{\frac{1}{\alpha}}>L>\left(\frac{2\gamma_a}{A_a}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$, entonces $p_a<\frac{2\gamma_s-A_sL_s^{\alpha}}{\left(A_sL_s^{\alpha}-2\gamma_a\right)}$ y el sector (*s*) no se activa.

Anexo 2.

Para obtener la ecuación (21) se parte de la condición de vaciamiento de mercados en uno de los dos sectores, entonces se puede tomar Y_a=C_a, esto es, que la producción del sector (a) sea igual a su consumo agregado (recuerde que, en el presente documento, se ha supuesto que se cuenta con dos individuos, a partir de lo cual se ha sacado el consumo agregado). Dado lo anterior, Y_a se iguala con la ecuación (19):

$$Y_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(\pi_a + \pi_s)}{2p_a} + Y_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

Se reemplazan los beneficios por su definición, de lo que se tiene, entonces:

$$Y_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(p_aY_a - wL_a + Y_s - wL_s)}{2p_a} + \gamma_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

$$Y_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(p_aY_a + Y_s - w(L_a + L_s))}{2p_a} + \gamma_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

$$Y_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(p_aY_a + Y_s - wL)}{2p_a} + \gamma_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

$$Y_a = \frac{wL}{2p_a} + \frac{(p_aY_a + Y_s)}{2p_a} - \frac{wL}{2p_a} + Y_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

$$Y_a - \frac{(p_aY_a + Y_s)}{2p_a} = \gamma_a + \frac{\gamma_s}{p_a}$$

$$2p_aY_a - p_aY_a - Y_s = 2p_a\left(Y_a \frac{\gamma_s}{p_a}\right)$$

$$p_aY_a - Y_s = 2(p_a\gamma_a + \gamma_s)$$

Adicionalmente, ahora el vaciamiento de mercados debe cumplir que Y_s=C_s bajo la condición establecida en la ecuación (20):

$$Y_s = C_s = \frac{wl_1}{2} + \frac{\theta_1(\pi_a + \pi_s)}{2} - \frac{p_a\gamma_a}{2} - \frac{\gamma_s}{2}$$

$$2Y_s = wl_1 + \theta_1(\pi_a + \pi_s) - p_a\gamma_a - \gamma_s$$

$$2Y_s = wl_1 + \theta_1(p_aY_a + Y_s - wL) - p_a\gamma_a - \gamma_s$$

$$2Y_s = wl_1 + \theta_1 p_aY_a + \theta_1 Y_s - \theta_1 wL - p_a\gamma_a - \gamma_s$$

$$(2-\theta_1)Y_s = w(l_1 + \theta_1 L) + \theta_1 p_a\gamma_a - (p_a\gamma_a + \gamma_s)$$

De otra parte, se tiene que se debe cumplir Y_a=C_a, por tanto, se sabe que:

$$p_aY_a - Y_s = 2(p_a\gamma_a + \gamma_s)$$

$$p_aY_a = 2(p_a\gamma_a + \gamma_s) + Y_s$$

Sustituyendo la última línea en la expresión previa, se tiene:

$$\begin{aligned}(2-\theta_1)Y_s = {} & w(l_1 - \theta_1 L) \\ & + \theta_1(2(p_a\gamma_a + \gamma_s) + Y_s) \\ & - (p_a\gamma_a + \gamma_s)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2-\theta_1)Y_s = {} & w(l_1 - \theta_1 L) \\ & + 2\theta_1(p_a\gamma_a + \gamma_s) + \theta_1 Y_s \\ & - (p_a\gamma_a + \gamma_s)\end{aligned}$$

Dado que se asume que $\theta_1 = 0{,}5$, entonces $2\theta_1 = 1$.

$$\begin{aligned}(2-\theta_1)Y_s = {} & w(l_1 - \theta_1 L) + (p_a\gamma_a + \gamma_s) \\ & + \theta_1 Y_s - (p_a\gamma_a + \gamma_s)\end{aligned}$$

$$(2-\theta_1)Y_s = w(l_1 - \theta_1 L) + \theta_1 Y_s$$

$$(2-\theta_1)Y_s - \theta_1 Y_s = w(l_1 - \theta_1 L)$$

$$(2-2\theta_1)Y_s = w(l_1 - \theta_1 L)$$

$$(2-1)Y_s = w(l_1 - \theta_1 L)$$

$$Y_s = w(l_1 - \theta_1 L)$$

Reemplazando w, por la ecuación (15) se tiene:

$$Y_s = \left[\frac{(\alpha p_a A_a)^{\frac{1}{1-\alpha}} + (\alpha A_s)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{L}\right]^{1-\alpha} (l_1 - \theta_1 L)$$

Reemplazando Y_s, por la ecuación (17) se tiene:

$$\frac{A_s(\alpha A_s)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} L^{\alpha}}{\left[(\alpha p_a A_a)^{\frac{1}{1-\alpha}} + (\alpha A_s)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{\alpha}}$$

$$=\left[\frac{\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{L}\right]^{1-\alpha}\left(l_1-\theta_1 L\right)$$

$$A_s\left(\alpha A_s\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}L=\left[\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]\left(l_1-\theta_1 L\right)$$

$$\frac{A_s\left(\alpha A_s\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}L}{\left(l_1-\theta_1 L\right)}=\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}+\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\frac{A_s\left(\alpha A_s\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}L}{\left(l_1-\theta_1 L\right)}-\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}=\left(\alpha p_a A_a\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Finalmente, despejando para p_a, y reemplazando $\theta=0{,}5$ se tiene la ecuación (21):

$$p_a=\frac{\left[\dfrac{LA_s\left(\alpha A_s\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}}{\left(l_1-\dfrac{1}{2}L\right)}-\left(\alpha A_s\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{1-\alpha}}{\alpha A_a}$$

Es importante anotar que, dada la condición de equilibrio, el parámetro γ_s queda determinado por el sistema cuando se establece el precio de equilibrio p_a:

$$p_a Y_a-Y_s=2\left(p_a\gamma_a+\gamma_s\right)$$
$$\frac{p_a Y_a-Y_s}{2}-p_a\gamma_a=\gamma_s$$

Anexo 3.

El cambio estructural se define como la participación de la producción de cada sector dentro del producto total. Tomando esta definición para el caso del sector (a), se tiene que $\frac{p_a Y_a}{Y}$ y para el caso del sector (s) es $\frac{Y_s}{Y}$, donde Y es el producto total de la economía que se define como $Y=p_a Y_a+Y_s$ Se desprende, entonces, que $\frac{p_a Y_a}{Y}+\frac{Y_s}{Y}=1$, la suma de las participaciones de cada sector en el producto total debe ser igual a uno.

Para el modelo presentado en el artículo, se puede demostrar que el cambio estructural también se puede definir como la participación del factor de producción de cada sector dentro del total:

$$\frac{p_a Y_a}{Y}=\frac{L_a}{L} \qquad \text{(A 3.1)}$$

De forma similar para el sector (s)

$$\frac{Y_s}{Y}=\frac{L_s}{L} \qquad \text{(A 3.2)}$$

Demostración: para obtener la ecuación (A3.1) se parte de la definición de cambio estructural para el sector (a), es decir:

$$\frac{p_a Y_a}{Y}=\frac{p_a Y_a}{p_a Y_a+Y_s}$$

A partir de las ecuaciones (11) y (12), se puede escribir el precio del sector (a) como:

$$p_a=\frac{A_s}{A_a}\left(\frac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}$$

Al reemplazar en la expresión anterior se tiene:

$$\frac{p_a Y_a}{Y}=\frac{\dfrac{A_s}{A_a}\left(\dfrac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}Y_a}{\dfrac{A_s}{A_a}\left(\dfrac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}Y_a+Y_s}$$

Sustituyendo los productos sectoriales por las ecuaciones (7) y (8) y resolviendo, se obtiene el resultado de la ecuación (A3.1).

$$\frac{p_a Y_a}{Y}=\frac{\dfrac{A_s}{A_a}\left(\dfrac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}A_a L_a^{\alpha}}{\dfrac{A_s}{A_a}\left(\dfrac{L_a}{L_s}\right)^{1-\alpha}A_a L_a^{\alpha}+A_s L_s^{\alpha}}$$

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{A_s\left(\frac{1}{L_s}\right)^{1-\alpha} L_a}{A_s\left(\frac{1}{L_s}\right)^{1-\alpha} L_a + A_s L_s^{\alpha}}$$

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{\left(\frac{1}{L_s}\right)^{1-\alpha} L_a}{\left(\frac{1}{L_s}\right)^{1-\alpha} L_a + L_s^{\alpha}}$$

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{\frac{L_a}{L_s^{1-\alpha}}}{\frac{L_a + L_s}{L_s^{1-\alpha}}}$$

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{L_a}{L_a + L_s}$$

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{L_a}{L}$$

La ecuación (A3.2) sale del hecho de que:

$$\frac{p_a Y_a}{Y} = \frac{Y_s}{Y} = 1$$

$$\frac{Y_s}{Y} = 1 - \frac{p_a Y_a}{Y}$$

$$\frac{Y_s}{Y} = 1 - \frac{L_a}{L}$$

Como $\frac{L_a}{L} + \frac{L_s}{L} = 1$, entonces

$$\frac{Y_s}{Y} + \frac{L_s}{L}$$

Que es justo la ecuación (A3.2).

La preparación editorial del *Working Paper n.° 4*
estuvo a cargo de Ediciones Universidad Central.

En la composición del texto se utilizaron fuentes Exo,
Goudy Oldstyle Std y Helvetica Neue LT Std.

Se publicó en mayo de 2020,
en la ciudad de Bogotá.

Working Papers de la Facultad de Ciencias Administrativas, Económicas y Contables

Working
Paper

UNIVERSIDAD
CENTRAL